

Upravljanje rizikom procene maksimalnog samopridržaja

Vrnjačka Banja, 14. jun

~~2013~~ Milikić, Uniqa osiguranje

Opasnost koje proizilazi iz heterogenog portfelja

Tabela 1. Primer heterogenog portfelja

Broj polisa u portfelju	Suma osiguranja po jednoj polisi	Ukupna suma osiguranja	Premijska stopa	Riziko premija za sve polise
800	10.000	8.000.000	1 ‰	8.000
100	20.000	2.000.000	1 ‰	2.000
100	40.000	4.000.000	1 ‰	4.000
1.000	14.000	14.000.000	1 ‰	14.000

Određivanje maksimalnog samopridržaja

Slučajne veličine:

N - ukupan broj šteta u portfelju

Z - iznos pojedinačne štete

X - ukupan iznos šteta

Određivanje maksimalnog samopridržaja

$$E(Z) = z_1 \cdot \frac{n_1}{n} + z_2 \cdot \frac{n_2}{n} + \dots + z_k \cdot \frac{n_k}{n} = \sum_{i=1}^k z_i \cdot \frac{n_i}{n}$$

$$E(X) = n \cdot E(Z) = n \cdot \sum_{i=1}^k z_i \cdot \frac{n_i}{n} = \sum_{i=1}^k z_i \cdot n_i$$

$$E(X) = E[E(X|N)] = \sum_{k=0}^{\infty} P(N = k) \cdot E(X|N = k)$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} p_k \cdot k \cdot E(Z) = E(N) \cdot E(Z)$$

$$= n \cdot E(Z)$$

Određivanje maksimalnog samopridržaja

$$\sigma^2(Z) = [z_1 - E(Z)]^2 \cdot \frac{n_1}{n} + [z_2 - E(Z)]^2 \cdot \frac{n_2}{n} + \dots + [z_k - E(Z)]^2 \cdot \frac{n_k}{n}$$

$$= \sum_{i=1}^k [z_i - E(Z)]^2 \cdot \frac{n_i}{n}$$

$$\sigma^2(X) = \sigma^2[E(X|N)] + E[\sigma^2(X|N)]$$

$$\sigma^2(X|N) = E\{[X - E(X|N)]^2|N\} = E(X^2|N) - E^2(X|N)$$

Određivanje maksimalnog samopridržaja

$$\begin{aligned}\sigma^2(X) &= \sigma^2[N \cdot E(Z)] + E[N \cdot \sigma^2(Z)] \\ &= E^2(Z) \cdot \sigma^2(N) + \sigma^2(Z) \cdot E(N) \\ &= E^2(Z) \cdot E(N) + \sigma^2(Z) \cdot E(N) = n \cdot [E^2(Z) + \sigma^2(Z)] \\ &= n \cdot \left\{ E^2(Z) + \sum_{i=1}^k [z_i - E(Z)]^2 \cdot \frac{n_i}{n} \right\} \\ &= n \cdot \left[E^2(Z) + \sum_{i=1}^k z_i^2 \cdot \frac{n_i}{n} - 2 \cdot E(Z) \cdot \sum_{i=1}^k z_i \cdot \frac{n_i}{n} + E^2(Z) \cdot \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{n} \right] \\ &= n \cdot \left[E^2(Z) + \sum_{i=1}^k z_i^2 \cdot \frac{n_i}{n} - 2 \cdot E^2(Z) + E^2(Z) \right] = \sum_{i=1}^k z_i^2 \cdot n_i\end{aligned}$$

Određivanje maksimalnog samopridržaja

$$T = E(X) + \beta \cdot E(X) = (1 + \beta) \cdot E(X)$$

$$x = U + T = U + (1 + \beta) \cdot E(X)$$

$$P(X > x) = p$$

$$P(X \leq x) = 1 - p$$

$$P(X \leq U + (1 + \beta) \cdot E(X)) = 1 - p$$

$$Y = \frac{X - E(X)}{\sigma(X)}$$

Određivanje maksimalnog samopridržaja

$$P(X \leq x) = P\left(\frac{X - E(X)}{\sigma(X)} \leq \frac{x - E(X)}{\sigma(X)}\right)$$

$$P\left(\frac{X - E(X)}{\sigma(X)} \leq \frac{U + (1 + \beta) \cdot E(X) - E(X)}{\sigma(X)}\right) = 1 - p$$

$$P\left(\frac{X - E(X)}{\sigma(X)} \leq \frac{U + \beta \cdot E(X)}{\sigma(X)}\right) = 1 - p$$

$$t = \frac{U + \beta \cdot E(X)}{\sigma(X)} \quad \rightarrow \quad P\left(\frac{X - E(X)}{\sigma(X)} \leq t\right) = 1 - p$$

Primer određivanja maksimalnog samopridržaja

Tabela 2.
Broj šteta i njihov
prosečan iznos po
klasama u
nereosiguranom
portfelju

Klasa (i)	Iznos štete do	Broj šteta (ni)	Prosečan iznos štete (zi)
1	10.000	73	5.600
2	20.000	41	14.200
3	40.000	89	28.800
4	70.000	53	51.100
5	100.000	48	76.400
6	200.000	67	172.000
7	300.000	39	211.000
8	400.000	90	328.000
9	500.000	22	428.000
10	700.000	14	611.000
11	1.000.000	17	893.000
12	1.500.000	12	1.153.000
13	2.000.000	9	1.728.000
14	3.000.000	10	2.680.000
15	4.000.000	6	3.242.000
16	5.000.000	8	4.400.000
17	6.000.000	5	5.423.000
18	8.000.000	1	7.100.000
19	10.000.000	2	8.725.000
20	15.000.000	1	13.750.000
Ukupno	-	607	-

Primer određivanja maksimalnog samopridržaja

Tabela 3.
Očekivani ukupan iznos šteta i standardno odstupanje ukupnog iznosa šteta u nereosiguranom portfelju

Klasa (i)	Prosečan iznos štete (zi)	Broj šteta (ni)	zi·ni	zi ² ·ni
1	5.600	73	408.800	2.289.280.000
2	14.200	41	582.200	8.267.240.000
3	28.800	89	2.563.200	73.820.160.000
4	51.000	53	2.703.000	137.853.000.000
5	76.400	48	3.667.200	280.174.080.000
6	172.000	67	11.524.000	1.982.128.000.000
7	211.000	39	8.229.000	1.736.319.000.000
8	328.000	90	29.520.000	9.682.560.000.000
9	428.000	22	9.416.000	4.030.048.000.000
10	611.000	14	8.554.000	5.226.494.000.000
11	893.000	17	15.181.000	13.556.633.000.000
12	1.153.000	12	13.836.000	15.952.908.000.000
13	1.728.000	9	15.552.000	26.873.856.000.000
14	2.680.000	10	26.800.000	71.824.000.000.000
15	3.242.000	6	19.452.000	63.063.384.000.000
16	4.400.000	8	35.200.000	154.880.000.000.000
17	5.423.000	5	27.115.000	147.044.645.000.000
18	7.100.000	1	7.100.000	50.410.000.000.000
19	8.725.000	2	17.450.000	152.251.250.000.000
20	13.750.000	1	13.750.000	189.062.500.000.000
Ukupno	-	607	268.603.400	908.079.128.760.000

Primer određivanja maksimalnog samopridržaja

Tabela 4.
Očekivani ukupan iznos šteta i standardno odstupanje ukupnog iznosa šteta u ekscedentno reos. portfelju sa $M1=1.000.000$

Klasa (i)	Prosečan iznos štete (zi)	Broj šteta (ni)	zi·ni	zi ² ·ni
1	5.600	73	408.800	2.289.280.000
2	14.200	41	582.200	8.267.240.000
3	28.800	89	2.563.200	73.820.160.000
4	51.000	53	2.703.000	137.853.000.000
5	76.400	48	3.667.200	280.174.080.000
6	172.000	67	11.524.000	1.982.128.000.000
7	211.000	39	8.229.000	1.736.319.000.000
8	328.000	90	29.520.000	9.682.560.000.000
9	428.000	22	9.416.000	4.030.048.000.000
10	611.000	14	8.554.000	5.226.494.000.000
11	893.000	17	15.181.000	13.556.633.000.000
12	1.000.000	54	54.000.000	54.000.000.000.000
Ukupno	-	607	146.348.400	90.716.585.760.000

Primer određivanja maksimalnog samopridržaja

Tabela 5.
Očekivani ukupan iznos šteta i standardno odstupanje ukupnog iznosa šteta u ekscedentno reos. portfelju sa $M14=14.000.000$

Klasa (i)	Prosečan iznos štete (zi)	Broj šteta (ni)	zi·ni	zi ² ·ni
1	5.600	73	408.800	2.289.280.000
2	14.200	41	582.200	8.267.240.000
3	28.800	89	2.563.200	73.820.160.000
4	51.000	53	2.703.000	137.853.000.000
5	76.400	48	3.667.200	280.174.080.000
6	172.000	67	11.524.000	1.982.128.000.000
7	211.000	39	8.229.000	1.736.319.000.000
8	328.000	90	29.520.000	9.682.560.000.000
9	428.000	22	9.416.000	4.030.048.000.000
10	611.000	14	8.554.000	5.226.494.000.000
11	893.000	17	15.181.000	13.556.633.000.000
12	1.153.000	12	13.836.000	15.952.908.000.000
13	1.728.000	9	15.552.000	26.873.856.000.000
14	2.680.000	10	26.800.000	71.824.000.000.000
15	3.242.000	6	19.452.000	63.063.384.000.000
16	4.400.000	8	35.200.000	154.880.000.000.000
17	5.423.000	5	27.115.000	147.044.645.000.000
18	7.100.000	1	7.100.000	50.410.000.000.000
19	8.725.000	2	17.450.000	152.251.250.000.000
20	13.750.000	1	13.750.000	189.062.500.000.000
Ukupno	-	607	268.603.400	908.079.128.760.000

Primer određivanja maksimalnog samopridržaja

Tabela 6.
Verovatnoća propasti
za $U = 20.000.000$ i
 $\beta = 10 \% = 0,1$

M_i	$E_i(X)$	$\sigma_i(X)$	t_i	$p_i(\%)$
nereosigurani portfelj	268.603.400	30.134.551	1,56	5,94
1.000.000	146.348.400	9.524.525	3,64	0,01
2.000.000	187.736.400	14.544.530	2,67	0,34
3.000.000	217.536.400	18.930.593	2,21	1,36
4.000.000	235.988.400	22.055.175	1,98	2,38
5.000.000	248.188.400	24.378.489	1,84	3,29
6.000.000	254.303.400	25.697.381	1,77	3,84
7.000.000	258.303.400	26.689.986	1,72	4,27
8.000.000	261.403.400	27.545.696	1,68	4,65
9.000.000	263.853.400	28.284.565	1,64	5,05
14.000.000	268.603.400	30.134.351	1,56	5,94

Homogenizacija portfelja osiguravača

Tabela 7. Primer homogenog portfelja

Broj polisa u portfelju	Suma osiguranja po jednoj polisi	Ukupna suma osiguranja	Premijska stopa	Riziko premija za sve polise	Raspodela premije osiguranja			
					Osiguravač		Reosiguravač	
					%	Iznos	%	Iznos
800	10.000	8.000.000	1 ‰	8.000	100	8.000	-	-
100	20.000	2.000.000	1 ‰	2.000	50	1.000	50	1.000
100	40.000	4.000.000	1 ‰	4.000	25	1.000	75	3.000
1.000	14.000	14.000.000	1 ‰	14.000	-	10.000	-	4.000